

Übungen: Potenzen und Wurzeln

Potenzen

1. Fasse wenn möglich zusammen.

a) $x^3 + x + x^3$

d) $3x^3 - x^2 + 5x^2 - 2x^3 - x$

b) $4n^2 - 7n^2 + n^2$

e) $x^2 + xy^2 + x^2y + xy^2$

c) $2y^2 - x^2 + y^2 - x^2$

f) $-\frac{1}{3}a^2b + \frac{1}{3}ab^2 - 2ab^2 + 3a^2b$

2. Richtig oder falsch?

a) $2^3 + 2^4 = 2^7$

d) $u^3 + u^3 = u^6$

g) $2^4 \cdot 2^2 = 4^6$

b) $x + x^2 = x^3$

e) $3^3 \cdot 2^3 = 6^3$

h) $x^2 + y^2 = (x + y)^2$

c) $2a^2 = a^2 + a^2$

f) $2^4 \cdot 2^2 = 2^8$

3. Berechne und schreibe das Ergebnis potenzfrei.

a) $10 \cdot 10^2$

d) $10^{-3} \cdot 10^3$

g) $10^4 + 10^3$

b) $10^{-3} \cdot 10^2$

e) $10^4 + 10^4$

h) $10^5 + 2 \cdot 10^4$

c) $10^{-2} \cdot 10^{-4}$

f) $10 \cdot 10^4 + 10^5$

i) $10^5 - 10^4$

4. Vereinfache die folgenden Terme.

a) $u^3 \cdot u^4$

d) $r^2 \cdot (2r) \cdot r^{-2}$

g) $b^n \cdot b^3 \cdot b^{1-n}$

b) $a^2 \cdot a^{-1}$

e) $2a \cdot 5^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b \cdot 10$

h) $2(c^{3+n} \cdot c^{-n})$

c) $2y \cdot y^2$

f) $3a^{n-1} \cdot a$

i) $c^{-1} \cdot c^{m+1} \cdot c$

5. Berechne die folgenden Ausdrücke.

a) $\frac{2^4}{2^2}$

b) $\frac{3^5}{3}$

c) $\frac{10^2}{10^3}$

d) $\frac{10^{-2}}{10^3}$

e) $\frac{10^{-1}}{10^{-4}}$

f) $-\frac{7}{7^{-3}}$

6. Für welches n entsteht eine wahre Aussage?

a) $2^n \cdot 2^2 = 2^5$

c) $2^{-1} \cdot 2^n = 1$

e) $3^n \cdot 3^n = 3^8$

b) $2^{-1} \cdot 2^n = 2^3$

d) $3^{-1} \cdot 3^n = 3$

7. Führe aus und vereinfache die folgenden Terme.

a) $\frac{10^{n+3}}{1000}$

d) $(2ab)^2$

g) $\frac{(2u)^2}{2u^2}$

b) $\frac{4^x}{4^{2+x}}$

e) $b \cdot (4b)^2$

h) $\frac{2^3}{(2b)^2}$

c) $\frac{(2x)^3}{2x}$

f) $2x^3 \cdot (2x)^3$

i) $\frac{(4u)^2}{2u^3}$

k) $\frac{(-2a)^3}{4ab}$

l) $\frac{(2u)^2}{(2u)^{-1}}$

j) $\frac{4 \cdot (2b)}{(-2b)^2}$

8. Führe aus und vereinfache die folgenden Terme.

a) $\left(\frac{y}{2}\right)^2$

d) $\left(\frac{r}{s}\right)^4 \cdot s^4$

h) $(2^{-2})^2$

l) $(x^{3n})^2$

b) $\left(\frac{4b}{3a}\right)^3$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot b^{2n}$

i) $(3^{-1})^{-2}$

m) $(-y^3)^2$

c) $\left(\frac{-2xy}{3}\right)^2$

f) $(2^3)^2$

j) $(x^5)^2$

n) $(2^{n-1})^3$

g) $(4^0)^2$

k) $(2x^2)^2$

o) $(4^n)^n$

9. Führe aus und vereinfache die folgenden Terme.

a) $(2x^2)^2$

d) $(a^{-1} \cdot b^3)^2$

g) $(m \cdot n^{-1})^{-1}$

j) $\left[\left(\frac{1}{x^2}\right)^3\right]^{-2}$

b) $\left(\frac{3}{a^2}\right)^2$

e) $\left(\frac{x^2}{y}\right)^{-1}$

h) $(r^{-2} \cdot s^2)^{-1}$

c) $\left(\frac{1}{x^2}\right)^3$

f) $(v^{-1})^{-1}$

i) $\left(2 \cdot \frac{a}{b^{-2}}\right)^{-2}$

10. Richtig oder falsch?

a) $a^{n+1} = a^n \cdot a$

b) $x^{n+2} = x^n + x^2$

c) $t^{n-2} = t^n - t^2$

d) $u^{4-m} = \frac{u^4}{u^m}$

11. Vereinfache die folgenden Terme.

a) $\frac{(2x)^2}{5x^3} \cdot \frac{6x}{5^{-1}}$

e) $\frac{35uv^2w^4}{5u^2vw}$

b) $(2a^2)^2 \cdot \frac{1}{2a^3} \cdot \frac{1}{a^{-1}}$

f) $\frac{21r^4s^2t^3}{84(st)^2}$

c) $\left(c^2 \cdot \frac{b^{-2}}{a}\right)^{-1} \cdot \frac{(2c)^2}{2b}$

g) $\frac{(3xy)^3 \cdot (4xy)^2}{(2xy)^2 \cdot 3(xy)^3}$

d) $\frac{4b^2x^3}{20b^3x^2}$

12. Bei einer Spendenaktion zugunsten der Hochwassergeschädigten des Jahres 2002 wurde im Rahmen einer Fernsehsendung der Betrag von 16,6 Mio. Euro von insgesamt 200.000 Anrufern aufgebracht. Berechne ohne Taschenrechner unter Verwendung der Gleitkommadarstellung, wie groß die mittlere Spende war.

13. Berechne ohne Taschenrechner grob die Anzahl der Atome der Erde, wenn man die Erdmasse mit 10^{25} kg und die Masse eines Atoms mit 10^{-26} kg annimmt.

14. Wie lange braucht das Licht von der Sonne bis zu ihrem entferntesten Planeten Pluto, wie lange zu der ihr nächst gelegenen Nachbarsonne, dem Fixstern Proxima Centauri (Entfernung: $6 \cdot 10^{12}$ m bzw. $4 \cdot 10^{16}$ m, Lichtgeschwindigkeit: $3 \cdot 10^5$ km/s)? Berechne ohne Taschenrechner.

15. 18 g Wasser enthalten etwa $6,0 \cdot 10^{23}$ Moleküle. Wie viele Moleküle sind in 1 L Wasser (d. h. auch 1 kg Wasser) enthalten?
16. Die Erde hat einen mittleren Radius $r = 6,37 \cdot 10^6$ m. Berechne ihre mittlere Dichte ρ , wenn ihre Masse m rund $6 \cdot 10^{24}$ kg beträgt (Kugelvolumen: $V = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3$, Dichte $\rho = \frac{m}{V}$).
17. Kann es einen perfekten Schachcomputer geben? Nimmt man an, dass ein typisches Schachspiel gering gerechnet 50 Züge dauert (für jeden Spielpartner getrennt gezählt) und dass bei einer beliebigen Schachstellung im Mittel nur etwa zehn Züge möglich sind (tatsächlich etwa 35), so müsste der Schachcomputer etwa 10^{50} Züge analysieren. Angenommen, die Analyse eines Zuges würde nur eine Nanosekunde, also 10^{-9} s, dauern. Wie lange wäre der Schachcomputer mit der Analyse aller Schachstellungen eines Spiels beschäftigt?

Wurzeln

1. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{3^2} + (\sqrt{7})^2$	e) $(\sqrt{5} + 2) \cdot (\sqrt{5} - 2)$	i) $(3 \cdot \sqrt{2} - 2) \cdot (\sqrt{2} + 2)$
b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{7^2}$	f) $(1 + \sqrt{2})^2$	j) $(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2$
c) $(\sqrt{5})^{-2}$	g) $(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$	k) $\sqrt[3]{5^3} + (\sqrt[3]{5})^3$
d) $(2 \cdot \sqrt{3})^2$	h) $(3 - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - 1)$	l) $(2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{8}})^3$

2. Schreibe die Wurzel als Potenz.

a) $\sqrt{5}$	e) $\sqrt[6]{5^4}$	i) $\frac{1}{\sqrt{b}}$	k) $\sqrt[3]{\frac{2}{a}}$
b) $\sqrt[4]{2}$	f) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}$	j) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$	l) $\sqrt[3]{\frac{1}{t^2}}$
c) $\sqrt[3]{0,4}$	g) $\sqrt{\sqrt{3^4}}$		
d) $\sqrt[3]{7^2}$	h) $\sqrt{x+y}$		

3. Schreibe die Potenz als Wurzel.

a) $3^{\frac{1}{2}}$	b) $a^{\frac{2}{3}}$	c) $12^{\frac{2}{5}}$	d) $a^{-\frac{1}{2}}$	e) $c^{-\frac{2}{3}}$	f) $(2a)^{0,5}$
----------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------

4. Berechne die folgenden Ausdrücke.

a) $0,36^{\frac{1}{2}}$	c) $0,25^{-\frac{1}{2}}$	e) $1024^{-0,1}$
b) $32^{0,2}$	d) $(\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}}$	f) $0,001^{-\frac{2}{3}}$

5. Richtig oder falsch?

a) $\sqrt{3^2} = (\sqrt{3})^2$	c) $\sqrt[4]{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$
b) $(\sqrt[3]{4})^2 = \sqrt[3]{2^4}$	d) $(\sqrt{3^3})^{-1} = (\sqrt{3^{-1}})^3$

6. Ziehe teilweise die Wurzel.

a) $\sqrt{32}$

g) $\sqrt[3]{54x^4y}$

l) $\sqrt{\frac{2}{b^2}}$

b) $\sqrt[3]{108}$

h) $\sqrt{9 \cdot (x^2 + y^2)}$

m) $\sqrt{\frac{8}{x^3}}$

c) $\sqrt{4a}$

i) $\sqrt{a \cdot b^2 - b^3}$

n) $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^4}}$

d) $\sqrt{a^3}$

j) $\sqrt[3]{v^7}$

o) $\sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^3}}$

e) $\sqrt{4uv^2}$

k) $\sqrt{\frac{8}{9}}$

f) $\sqrt[3]{2x^3}$

7. Bringe alles unter eine Wurzel.

a) $2 \cdot \sqrt{3}$

g) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}$

l) $\frac{3}{x} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{9}}$

b) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$

h) $2m \cdot \sqrt{\frac{1}{m}}$

m) $(u+1) \cdot \sqrt{2}$

c) $3 \cdot \sqrt[4]{5}$

i) $\frac{2}{a} \cdot \sqrt{a^3}$

n) $(a-b) \cdot \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$

d) $x^2 \cdot \sqrt[3]{4x}$

j) $\frac{2}{x} \cdot \sqrt{\frac{x}{3}}$

o) $\frac{1}{x+1} \cdot \sqrt{x^2-1}$

e) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{8}$

k) $\frac{3c}{2} \cdot \sqrt{\frac{4}{c}}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{16}$

8. Vereinfache das folgende Produkt.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

b) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{9}$

c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x^3}$

d) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{25}}$

9. Vereinfache den folgenden Bruch.

a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt{c^3 \cdot x}}{\sqrt{c \cdot x}}$

e) $\frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt{\frac{a}{b}}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

d) $\sqrt{\frac{1}{9m^2}}$

f) $\frac{\sqrt{2 \cdot (x+3)}}{\sqrt{x+3}}$

10. Schreibe den folgenden Term als eine einzige Wurzel und vereinfache gegebenenfalls.

a) $\sqrt{\sqrt{16}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

e) $\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{4}}$

g) $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{8}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{6^3}}$

d) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}$

f) $\sqrt[5]{4 \cdot \sqrt{2}}$

h) $(\sqrt[3]{u^4}) \cdot \sqrt{u}$

11. Mache den Nenner der folgenden Brüche wurzelfrei.

a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{x}{\sqrt{x \cdot y}}$

e) $\frac{1}{b \cdot \sqrt{a}}$

g) $\frac{p}{\sqrt[3]{p}}$

b) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{6}}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}}$

f) $\frac{10}{3 \cdot \sqrt[3]{5}}$