

Übungen: Gleichungen

Lineare Gleichungen

1. Löse in der Grundmenge \mathbb{N} .

a) $2x - 18 + 8x + 1 = 20 + 5x - 2$

c) $(x+1) \cdot (4x-3) = 2 \cdot (x+1) \cdot (2x+3)$

b) $14 - (x-9) = 10 + 5x - (7x-5)$

d) $(2x-3)^2 + (2x+3)^2 = 8x \cdot (x+2)$

2. Löse in der Grundmenge \mathbb{Z} .

a) $\frac{1}{4} \cdot x = 9 - \frac{x}{5}$

c) $\frac{2-x}{6} - \frac{x-3}{7} = 2$

b) $x - 3 = 2 \cdot \frac{x}{3} - 2 - \frac{x}{2}$

d) $\frac{3-x}{3} = \frac{1}{9} - \frac{x-5}{5}$

3. Löse in der Grundmenge \mathbb{R} .

a) $x + \frac{x+2}{6} = 8 - \frac{3(x+1)}{5}$

g) $x + \frac{2x-7}{2} - \frac{3x+1}{5} = 5 - \frac{x+6}{2}$

b) $2x - \frac{7x+2}{5} + 1 = 0$

h) $\frac{2(x+1)}{30} + \frac{2x-10}{5} + 6 = 9 - \frac{9x-48}{9}$

c) $\frac{x+3}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{9-x}{6}$

i) $\frac{4(x-1)}{5} + 1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{x-1}{3} + x$

d) $\frac{2x+3}{3} + \frac{x-1}{5} = \frac{13}{15} \cdot x$

j) $\frac{x+1}{2} - \frac{1}{5}(3x-1) + \frac{x-3}{2} = 0$

e) $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{4} = x$

k) $\frac{2-x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{3}{2} - \frac{10+x}{6}$

f) $\frac{x-\frac{12-5x}{3}}{2} = \frac{1-x+\frac{x+4}{2}}{3}$

l) $0 = \frac{3}{4} \cdot \frac{x+3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5x-11}{6} - \frac{5x+7}{6} + 2$

4. Löse in der Grundmenge \mathbb{R} .

a) $\frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{2} = 3$

e) $\frac{x - \frac{x}{2}}{5} = 11 - x$

b) $\frac{\frac{1}{3}x}{2} = \frac{1}{4}(x-1)$

f) $3 \cdot \frac{\frac{x-3}{4}}{2} = \frac{13}{18} - x$

c) $\frac{3 \cdot \frac{x}{2} + 1}{2} - x = 0$

g) $\frac{1 - \frac{x+3}{2} - \frac{x-24}{3}}{5} = \frac{x}{3} - 2 \cdot \frac{\frac{x}{3} - 1}{7}$

d) $\frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{2-x}{3}}{4} = \frac{1}{8}x$

h) $\frac{x - \frac{12-5x}{3}}{2} = \frac{1-x+\frac{x+4}{2}}{3}$

5. Löse in \mathbb{R} und gib gegebenenfalls Einschränkungen für die Definitionsmenge an.

a) $\frac{4}{x} + 1 = 3$

d) $\frac{1}{x} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2x}$

g) $\frac{2}{4x} - \frac{5}{8x} = \frac{1}{8}$

b) $\frac{6}{x} + 2 = 5$

e) $\frac{2}{x-3} = \frac{1}{x+1}$

h) $\frac{3}{2x} + \frac{10}{4x} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{x} - \frac{5}{x} = 5$

f) $\frac{1}{x} + 4 = \frac{3}{x} + 2$

i) $\frac{1}{3x} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$

j) $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x-3}$

l) $\frac{x+3}{2(x-2)} = \frac{4}{3}$

n) $\frac{x+1}{x+5} - 2 = -\frac{x+3}{x-1}$

k) $\frac{x}{x+3} = \frac{2x}{2x-2}$

m) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+6}{x+4}$

o) $\frac{x+4}{x-3} = \frac{x+6}{x-2}$

6. Löse in \mathbb{R} und gib gegebenenfalls Einschränkungen für die Definitionsmenge an.

a) $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x-3} = 0$

g) $\frac{x}{x-5} + \frac{2x-3}{2x-10} = \frac{10}{4x-20}$

b) $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x}$

h) $\frac{x-3}{2-x} - \frac{x}{4-2x} = \frac{2x+3}{6-3x} + \frac{1}{x-2}$

c) $\frac{1}{3-x} + \frac{1}{3+x} = \frac{6}{9-x^2}$

i) $\frac{1}{x+4} = \frac{1}{3x+12} - \frac{2}{3x}$

d) $\frac{1}{2x-6} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{(x+3)(x-3)}$

j) $\frac{10}{2(2x+2)} = \frac{2}{2x+2} + \frac{1}{x}$

e) $\frac{3}{x-3} - \frac{5}{x+3} = \frac{2x}{x^2-9}$

k) $\frac{x+2}{x-4} + \frac{2x+1}{3x-12} = \frac{3(x-1)}{x-4}$

f) $\frac{x-3}{x+3} + \frac{3+x}{3-x} = \frac{3x}{x^2-9}$

l) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{7-2x}{1-x} = -\frac{(x+4)^2}{x^2-1}$

7. Löse nach x und gib gegebenenfalls Einschränkungen für die Definitionsmenge an.

a) $a = 1 + x \cdot b$

d) $\frac{a+x}{b} = 1$

h) $\frac{x-a}{x+a} = 2$

a) $\frac{1}{a} = \frac{x}{b}$

e) $\frac{a+b \cdot x}{2} = x$

i) $\frac{b+1}{a+x} - b = 1$

b) $a = \frac{b}{x}$

f) $\frac{1+b \cdot x}{2 \cdot a} = 1$

j) $\frac{2 \cdot (a+x)}{x-b} = a$

c) $a = \frac{b}{1+x}$

g) $\frac{x}{a} + b = 1 - x$

k) $a - \frac{x+b}{x-b} = 1$

8. Löse nach der angegebenen Variable.

a) $h = \frac{A}{2} \cdot \left(a + \frac{b}{2 \cdot c}\right), c = ?$

c) $a = \frac{2}{p} - \frac{n+p}{3 \cdot p} \cdot c, p = ?$

a) $A = 1 - 2 \cdot \left(1 - \frac{a-2 \cdot b}{b}\right), b = ?$

d) $u = \frac{1}{2} - \frac{h}{h+\frac{1}{m}}, h = ?$

b) $c = \frac{4}{b} - m \cdot \frac{1+b}{b}, b = ?$

e) $A = \frac{x}{b} - \frac{a}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x - \frac{x+3}{b}\right), x = ?$

9. Forme die folgenden Formeln nach der bzw. den angegebene(n) Variable(n) um.

a) **Gleichförmige Bewegung:** $s = v \cdot t, v = ?, t = ?$

b) **Ohmsches Gesetz:** $U = R \cdot I, R = ?, I = ?$

c) **Einfache Zinsen:** $Z = K \cdot i \cdot n, K = ?, i = ?$

d) **Flächeninhalt eines Dreiecks:** $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h, h = ?$

e) **Flächeninhalt eines Deltoids:** $A = \frac{e \cdot f}{2}, e = ?, f = ?$

f) **Mittellinie eines Trapezes:** $m = \frac{a+c}{2}, a = ?$

g) **Höhe eines gleichseitigen Dreiecks:** $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, a = ?$

h) **Oberfläche eines Kegels:** $A = \pi \cdot r \cdot (r+s), s = ?$

i) **Oberfläche eines Quaders:** $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c), c = ?$

j) **Volumen eines Hohlzylinders:** $V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2), h = ?$

- k) **Einfache Zinsrechnung:** $K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$, $K_0 = ?$, $n = ?$
- l) **Lineare Kostenfunktion:** $K = k \cdot x + d$, $k = ?$
- m) **Gewinnfunktion:** $G = p \cdot x - (k \cdot x + d)$, $p = ?$, $x = ?$
- n) **Umkreisradius eines Dreiecks:** $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot A}$, $a = ?$, $A = ?$
- o) **Inkreisradius eines Dreiecks:** $\rho = \frac{2 \cdot A}{a+b+c}$, $A = ?$, $b = ?$
- p) **Oberfläche eines Zylinders:** $O = 2\pi \cdot r \cdot (r + h)$, $h = ?$
- q) **Mantel eines Kegelstumpfs:** $M = \pi \cdot s \cdot (R + r)$, $s = ?$, $r = ?$
- r) **Flächeninhalt eines Kreissegments:** $A = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot r - s \cdot (r - h))$, $s = ?$, $r = ?$
- s) **Relativer Fehler:** $r = \frac{x}{x_0} - 1$, $x = ?$, $x_0 = ?$
- t) **Dopplereffekt:** $f = f_0 \cdot \frac{c}{c-v}$, $v = ?$, $c = ?$
- u) **Parallelschaltung elektrischer Widerstände:** $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, $R = ?$, $R_1 = ?$
- v) **Linsenformel:** $\frac{1}{g} + \frac{1}{f} = \frac{1}{b}$, $b = ?$, $f = ?$
- w) **Mittlere Geschwindigkeit:** $v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$, $s_1 = ?$, $t_1 = ?$
- x) **Rentenrechnung:** $E_n = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$, $R = ?$
- y) **Lineare Abschreibung:** $B = -\frac{K}{n} \cdot t + K$, $K = ?$, $n = ?$
- z) **Umrechnung Fahrenheit in Celsius:** $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$, $F = ?$
10. Wenn x die Anzahl der Lehrstellen für einen bestimmten Beruf und y die Anzahl der daran interessierten Lehrlinge ist, drücke aus:
- Es gibt doppelt so viele Lehrlinge wie Lehrstellen.
 - Es gibt um 20 Lehrlinge mehr als Lehrstellen.
 - Auf jeden Lehrling entfallen drei Lehrstellen.
11. p ist der Stückpreis eines Artikels und g die Geldmenge Euro, über die ein Käufer verfügt. Drücke in mathematischer Form aus:
- Die Geldmenge reicht genau für vier Stück.
 - Beim Kauf von drei Stück bleibt noch 1€ übrig.
12. Wenn w die Anzahl der LKWs und f die Anzahl der Mitarbeiter mit LKW-Führerschein in einem Betrieb ist, so drücke in Worten aus:
- $w + 2 = f$
 - $f - 2 = w$
 - $w - 2 = f$
13. In einer Klasse von 32 Schülern ist die Anzahl der Burschen um vier höher als jene der Mädchen. Wie viele Mädchen und Burschen sind in dieser Klasse?
14. Auf der einen Seite einer Waage liegt eine Tafel Schokolade, auf der anderen ein Viertel einer Tafel. Gibt man zu dieser noch ein Gewicht von 75 g dazu, so besteht Gleichgewicht. Wie viel wiegt die ganze Tafel Schokolade?

15. Eine alte chinesische Rechenaufgabe aus der Zeit 2600 v. Chr. lautet: In einem Käfig sind Fasane und Hasen. Zusammen haben sie 35 Köpfe und 94 Beine. Wie viele Fasane und Hasen sind im Käfig?
16. Ein Großbüro wird durch insgesamt 50 Leuchtstofflampen ausgeleuchtet, die insgesamt eine Leistung von 4.500 Watt besitzen. Ein Teil von ihnen sind 100-Watt-Lampen und die anderen sind 75-Watt-Lampen. Wie viele Leuchtstofflampen von jeder Art sind vorhanden?
17. Bei einer Radrundfahrt wird ein Preisgeld von 2.400€ auf ein fünfköpfiges Team aufgeteilt. Der Kapitän der Mannschaft erhält um 100€ mehr als sein Stellvertreter; dieser erhält wiederum um 100€ mehr als jeder des Restes der Mannschaft. Wie viel erhält jeder einzelne Sportler?
18. Ein Betrag von 150€ wird unter vier Personen so aufgeteilt, dass jede folgende halb so viel wie die vorhergehende erhält. Wie lauten die Teilbeträge?
19. Ein Grundbesitz besteht aus 150 ha Weideland und aus Wald, der 60 % des Grundbesitzes ausmacht. Wie groß ist dieser?
20. Ein Gewinn wird unter drei Spielern aufgeteilt. Der erste Spieler bekommt zwei Fünftel des Betrages, den der zweite und der dritte Spieler zusammen erhalten. Der zweite Spieler bekommt um 300€ weniger als der erste und der dritte bekommt doppelt so viel wie der zweite. Wie viel bekommt jeder einzelne Spieler und wie hoch ist der Gewinn?
21. Kann die folgende Gleichung durch Äquivalenzumformungen in eine lineare Gleichung überführt werden? Wenn ja, löse die Gleichung.
 - a) $5x - 1 = 4x + 3$
 - b) $x(x - 1) = 1 - x(2 - x)$
 - c) $x(x - 1) = 1 - 2x(2 - x)$
22. Kann eine Gleichung, die sich durch Äquivalenzumformungen in eine lineare Gleichung überführen lässt, zwei Lösungen haben? Beurteile das Lösungsverhalten einer linearen Gleichung.