

Übungen: Geometrie und Stereometrie

Geometrie

Strahlensatz

- Der Schatten eines h Meter hohen Baumes ist a Meter lang. Gleichzeitig wirft ein daneben aufgestellter b Meter langer Stab einen Schatten von c Metern Länge. Erstelle mithilfe einer Skizze eine Formel aus a , b und c zur Berechnung der Höhe h . Berechne diese, wenn $a = 28\text{ m}$, $b = 1,6\text{ m}$ und $c = 2,56\text{ m}$ ist.
- Von einem a Meter hohen Turm der b Meter von einer c Meter hohen Mauer entfernt ist, sieht man gerade das diesseitige Ufer eines Sees (das heißt die Sichtlinie vom Seeufer zum Turm geht genau an der Maueroberseite vorbei). Erstelle aus a , b und c eine Formel für die Entfernung x des Turms vom See. Berechne x für $a = 48\text{ m}$, $b = 30\text{ m}$ und $c = 3\text{ m}$.
- Ein Fußballer schießt aus einer Entfernung von 21 m einen Freistoß auf das $7,32\text{ m}$ breite Tor. Die gegnerische Mannschaft stellt in einer Entfernung von $9,15\text{ m}$ eine Mauer aus Spielern auf, die das Tor zur Gänze abdeckt. Berechne die Breite b dieser Mauer.
- Gustav ist horizontal b Meter von der Lampe einer Straßenlaterne entfernt. Er ist g Meter groß. Sein Schatten hat die Länge s Meter. Erstelle aus b , g und s eine Formel zur Berechnung der Höhe h der Lampe.
- Antonia sitzt an ihrem Schreibtisch 80 cm vor einem 110 cm breiten Fenster. Sie blickt auf die gegenüberliegende Häuserfront, die $5,2\text{ m}$ von ihrem Fenster entfernt ist. Berechne die Breite b der gegenüberliegenden Häuserfront, die Antonia überblickt.
- Die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks sind 4 cm und 6 cm lang. In das rechtwinkelige Dreieck wird ein Quadrat mit der Seitenlänge a eingeschrieben. Berechne die Seitenlänge a .
- Ein Quadrat mit der Seite $a = 2,4\text{ cm}$ soll so vergrößert werden, dass der Flächeninhalt des neuen Quadrates $2,25$ -mal so groß ist. Berechne die Seitenlänge des neuen Quadrats und begründe, warum die Seitenlänge um 50% größer sein muss.

Dreiecke

- Gegeben ist ein Dreieck mit den Seiten $a = 45\text{ mm}$, $b = 36\text{ mm}$ und der Höhe $h_a = 20\text{ mm}$. Berechne den Flächeninhalt und die Höhe h_b des Dreiecks.
- Argumentiere, ob die folgenden Dreiecke rechtwinkelig sind:
 - $a = 5\text{ cm}$, $b = 12\text{ cm}$, $c = 13\text{ cm}$
 - $a = 6\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 10\text{ cm}$

- c) $a = 7 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $c = 11 \text{ cm}$
10. Die Schnur eines Drachens ist 185 m lang. Die horizontale Entfernung des Drachens beträgt 153 m . Berechne wie hoch der Drache in der Luft schwebt.
11. Ein Schilfrohr steht 2 m vom Ufer eines Teiches entfernt. Die Spitze des Schilfrohrs liegt 1 m über der Wasseroberfläche. Zieht man das Schilfrohr straff ans Ufer, berührt die Spitze die Wasseroberfläche. Berechne die Tiefe des Teichs.
12. Eine 16 m hohe Tanne ist bei einem Sturm geknickt. Die Spitze der Tanne berührt 8 m von der Wurzel entfernt den horizontalen Boden. Berechne die Höhe x der Knickstelle.
13. Ein 230 cm hoher und 60 cm breiter Kleiderkasten soll in einem 240 cm hohen Zimmer aufgestellt werden. Überprüfe, ob das Zimmer hoch genug ist, sodass der Kleiderkasten aufgestellt werden kann, indem er gekippt wird.
- Vierecke**
14. Von einem Quadrat kennt man die Länge der Diagonale $d = 10 \text{ m}$. Berechne die Seitenlänge a dieses Quadrats.
15. Um einen rechteckigen Garten von $64,5 \text{ m}$ Länge und $41,2 \text{ m}$ Breite soll ein Weg von $3,4 \text{ m}$ Breite angelegt werden. Berechne den Flächeninhalt dieses Weges.
16. In einem Rechteck beträgt die Länge $a = 63 \text{ m}$ und die Diagonale $d = 85 \text{ m}$. Ermittle die Breite b , den Umfang u und den Flächeninhalt A des Rechtecks.
17. In einem Rechteck verhalten sich die Seiten wie $4 : 3$. Die Diagonale ist 35 cm . Bestimme Umfang und Flächeninhalt des Rechtecks.
18. Beurteile ob die folgenden Aussagen jeweils für eine Raute, ein Parallelogramm, ein Deltoid und ein Trapez wahr oder falsch sind.
- Genau zwei Seiten sind parallel.
 - Jeweils zwei Seiten sind parallel.
 - Die Diagonalen stehen aufeinander normal.
 - Die Diagonalen halbieren einander.
19. Von einem Rhombus sind jeweils zwei Bestimmungsstücke gegeben.
- $e = 32 \text{ cm}$, $f = 24 \text{ cm}$, berechne den Umfang.
 - $e = 42 \text{ cm}$, $A = 840 \text{ cm}^2$, berechne die Länge der Seite.
 - $e = 198 \text{ cm}$, $a = 101 \text{ cm}$, berechne den Flächeninhalt.
20. In einem Parallelogramm betragen die Seite $a = 15 \text{ cm}$, die beiden Diagonalen $e = 26 \text{ cm}$ und $f = 8 \text{ cm}$. Berechne den Flächeninhalt.
21. Von einem Deltoid sind gegeben:
- $f = 32 \text{ cm}$, $a = 20 \text{ cm}$, $b = 65 \text{ cm}$, berechne den Flächeninhalt.
 - $e = 74 \text{ cm}$, $f = 126 \text{ cm}$, $a = 65 \text{ cm}$, berechne b .

22. Berechne die fehlenden Stücke von a , b , c , h und A eines gleichschenkeligen Trapezes (a und c sind die Parallelseiten) mit
- $a = 32 \text{ cm}$, $b = 18 \text{ cm}$, $c = 25 \text{ cm}$
 - $b = 9,6 \text{ cm}$, $c = 51 \text{ cm}$, $h = 4,5 \text{ cm}$
23. In einem Trapez sind $a = 40 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 26 \text{ cm}$ und $d = 10 \text{ cm}$ bekannt. Berechne den Flächeninhalt.

Kreis

24. Berechne den Umfang u und den Flächeninhalt A eines Kreises, wenn gegeben ist:
- der Durchmesser $d = 27 \text{ m}$
 - der Radius $r = 2,5 \text{ m}$
25. Ein Kreis hat den Umfang $4,22 \text{ m}$. Wie groß ist der Radius des Kreises?
26. Ein Kreis hat den Flächeninhalt 33 cm^2 . Berechne den Radius des Kreises.

Stereometrie

Gerade Prismen

- Die Kante eines Original Rubik-Würfels ist $5,75 \text{ cm}$ lang.
 - Berechne die Länge der Diagonale einer Seitenfläche und die Länge der Raumdiagonale.
 - Berechne die Oberfläche und das Volumen des Würfels.
- Von einem Würfel ist die Länge der Raumdiagonale D bekannt.
 - Erstelle jeweils eine Formel zur Berechnung der Kantenlänge, der Oberfläche und dem Volumen des Würfels, in der nur die Variable D vorkommt.
 - Berechne die Kantenlänge, die Oberfläche und das Volumen des Würfels mit der Raumdiagonale $D = 1,52 \text{ m}$.
- Von einer quaderförmigen Schachtel sind die Länge a , die Breite b und die Höhe c bekannt.
 - Erstelle eine Formel zur Berechnung der Diagonale d , der Bodenfläche und der Raumdiagonale D .
 - Berechne die Länge der Raumdiagonale D einer Schachtel, die 20 cm lang, 12 cm breit und 10 cm hoch ist.
- Eine quaderförmige Sandkiste hat eine quadratische Grundfläche mit Seitenlänge $1,2 \text{ m}$. Sie soll 20 cm hoch mit Spielsand gefüllt werden. Dieser wird in Säcken zu 25 kg verkauft. Laut Hersteller entspricht dies ca. einem Volumen von 20 Litern . Zur Füllung der Kiste werden 16 Säcke benötigt. Kontrolliere, ob dies den Herstellerangaben entspricht.

5. An einer Baustelle wird auf einer Länge von 42 m ein 4 m tiefer Graben ausgehoben. Die Sohle des Grabens soll 3 m breit sein, der Einschnitt oben doppelt so breit wie an der Sohle.
 - a) Skizziere einen möglichen Querschnitt des Grabens.
 - b) Entscheide, ob mit obiger Angabe das Volumen und die Seitenfläche des entstehenden Grabens berechnet werden können. Begründe deine Antwort.
 - c) Berechne, wie viel Kubikmeter Erde zur Aushebung des Grabens bewegt werden müssen.
6. Berechne die Oberfläche und das Volumen eines geraden Zylinders mit dem Basisradius $r = 15 \text{ cm}$ und der Höhe $h = 26 \text{ cm}$.
7. Ein zylindrischer Brunnenschacht hat einen Durchmesser von 1,4 m. Berechne, wie viel Kubikmeter Wasser der Brunnen enthält, wenn das Wasser 3 m hoch steht.
8. Von einem geraden Zylinder beträgt die Grundfläche $32,17 \text{ cm}^2$, die Mantelfläche $150,796 \text{ cm}^2$. Berechne dessen Volumen.

Pyramide, Kegel und Kugel

9. In einer geraden Pyramide mit rechteckiger Grundfläche sind die Grundkanten $a = 24 \text{ cm}$, $b = 18 \text{ cm}$ und die Seitenkanten $s = 39 \text{ cm}$ bekannt. Berechne die Höhe, das Volumen und die Oberfläche.
10. Von einem geraden Kreiskegel sind gegeben:
 - a) $r = 33 \text{ cm}$, $h = 56 \text{ cm}$, berechne die Oberfläche und das Volumen.
 - b) $r = 20 \text{ cm}$, $O = 3.078,7608 \text{ cm}^2$, berechne das Volumen und die Seitenkante.
11. Berechne die Masse einer Billardkugel aus Elfenbein von 6 cm Durchmesser, wenn die Dichte des Elfenbeins $1,92 \text{ g/cm}^3$ ist.
12. Berechne näherungsweise die Oberfläche und das Volumen der Erde, wobei der Erdradius $r = 6.371 \text{ km}$ beträgt.
13. Spannt man am Äquator der Erde straff einen Draht um die Erde, verlängert diesen Draht um einen Meter und legt ihn so um die Erde, dass überall zwischen Erde und Draht ein konstanter Abstand bleibt, so ist dieser Abstand so groß, dass eine Maus dazwischen durch kriechen kann. Beweise diese Behauptung.