

Mengentheorie

Menge ... Ansammlung an Dinge ("Sackerei")

Elemente ... was drinnen ist

$$M = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$1 \in M$$

↙ "ist Element von"

$$P = \{4, 5, 6\}$$

$$5 \notin M$$

↖ "ist kein Element von"

gleich! ↗

$$P = \{6, 5, 4\}$$

$\{\underline{1}, \underline{1}, 2, 4, 0, -5\}$ keine Menge

leere Menge: $\{\}$ bzw. $\emptyset$

Menge ohne Elemente ("leeres Sackerei")

ACHTUNG: $\{\} \neq \{\emptyset\}$

↖ leeres Sackerei

↖ leeres Sackerei in Sackerei

Mächtigkeit/kardinalität: Anzahl der Elemente

$$|M| = 4$$

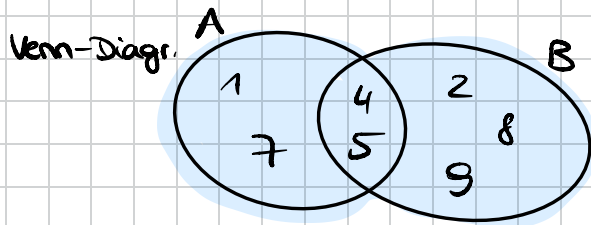
$$|P| = 3$$

Mengenoperationen

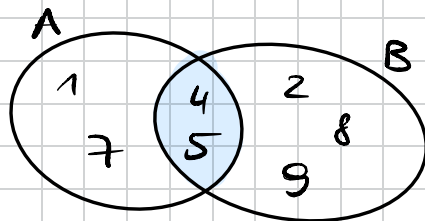
$$A = \{1, 4, 5, 7\}$$

$$B = \{2, 4, 5, 8, 9\}$$

Vereinigung: $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$

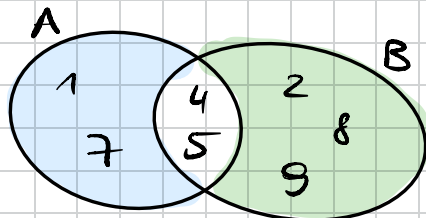


$$\text{Schnitt: } A \cap B = \{4, 5\}$$



$$\text{Differenzmenge: } A \setminus B = \{1, 7\}$$

$$B \setminus A = \{2, 8, 9\}$$



Zahlmengen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \quad \text{natürliche Zahlen}$$

Rechenregeln: Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz):

$$(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$$

Distributivgesetz (Verteilungsgesetz):

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(1+4) \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

$$1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 10$$

ACHTUNG!

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 \neq 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4$$



Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz):

$$a + b = b + a$$

$$4 - 3 \neq 3 - 4$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\frac{4}{5} \neq \frac{5}{4}$$

Summand + Summand = Summe

Faktor · Faktor = Produkt

Minuend - Subtrahend = Differenz

Dividend : Divisor = Quotient

$$4 + 368.516 \Rightarrow \in \mathbb{N}$$

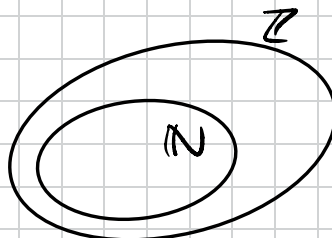
$$15 - 10 = 5 \in \mathbb{N}$$

$$10 - 15 = -5 \notin \mathbb{N}$$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ ganze Zahlen

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$$

↳ Teilmenge



$$5 - (-3) = 5 + 3$$

$$5 + (-3) = 5 - 3$$

$$+/- \rightarrow -$$

$$+/+ \text{ und } -/- \rightarrow +$$

$$5 - (3 + 5) = 5 - 8 = -3$$

$$5 - (x + 3) = 5 - x - 3$$

vor der Klammer -: alle Rechenzeichen drehen!

Primzahlen: Zahlen mit genau 2 Teilern

2 teilt 16, weil $16:2 = 8 \in \mathbb{Z}$

3 teilt 16 nicht, weil $16:3 = 5,333... \notin \mathbb{Z}$

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$$

$$16 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Primfaktorzerlegung

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{ggT}(60, 128) = 2 \cdot 2 = 4$$

gemeinsame Primfaktoren

$$\text{kgV}(60, 128) = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{128} \cdot \overbrace{3 \cdot 5}^{60}$$

$$= 1.920$$

$$= 128 \cdot 15 = 60 \cdot 32$$

$$4 + (-2) \in \mathbb{Z}$$

$$(-3) \cdot 15 \in \mathbb{Z}$$

$$-4 - (-5) \in \mathbb{Z}$$

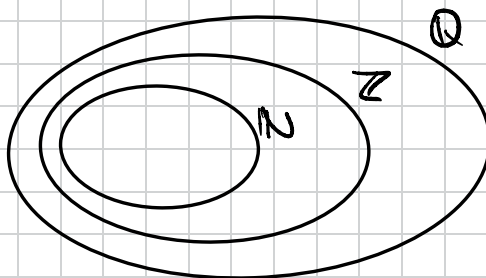
$$\frac{10}{-2} = -5 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{-9}{2} = -4,5 \notin \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \}$ ^{„für die gilt“} rationale Zahlen

$$4 \in \mathbb{Q}, \text{ weil } \frac{4}{1}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$



$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$0,000135 = \frac{135}{1000000}$$

$$0,333333... = \frac{1}{3}$$

$$x = 0,333333...$$

$$10 \cdot x = 3,333333...$$

$$10x - x = 3,333333... - 0,333333...$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0,4545454545... = \frac{5}{11}$$

$$x = 0,45454545...$$

$$100x = 45,454545...$$

$$99x = 45$$

$$x = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

$$0,3182424242424...$$

$$x = 0,318242424...$$

$$= \frac{31506}{99000}$$

$$1000x = 318,242424...$$

$$10000x = 31824,242424...$$

$$99000x = 31506$$

$$x = \frac{31506}{99000}$$

Alle Zahlen mit endlicher oder periodischer Dezimalentwicklung sind rationale Zahlen

$$\pi = 3,141592653...$$

$\mathbb{I}$ = irrationale Zahlen

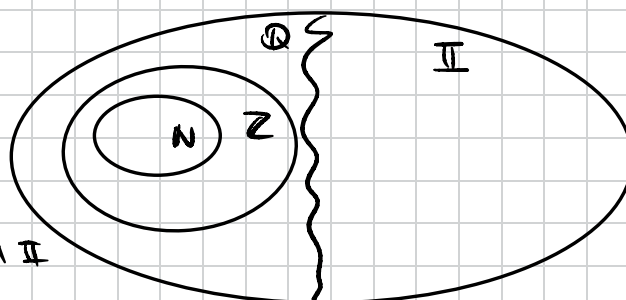
= nicht als Bruch darstellbar

$$\sqrt{2} = 1,41...$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{I}$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$$

kein Schnitt zw. $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{I}$



$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} \quad \text{Reelle Zahlen}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 8} = \frac{3}{16}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1,333\bar{3}$$

$$2 \cdot \pi = 2 \cdot 3,141592\dots$$

$$\frac{516 \cdot 3}{1548}$$

Verb. Grundrechenarten

$$\begin{aligned} 1. \quad s) \quad & 312 - [(93 + 47 + 47 \cdot 3) - 9] \\ & = 312 - [93 + 47 + 141 - 9] \\ & = 312 - 93 - 47 - 141 + 9 \\ & = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad r) \quad & 3,2 \cdot (24,1 + 2) - (16,5 + 3,3) \\ & = 3,2 \cdot 24,1 + 3,2 \cdot 2 - 16,5 - 3,3 \\ & = 63,72 \end{aligned}$$

Mengenlehre

$$1. \quad b) \quad \text{ZIFFER} \quad B = \{Z, I, F, E, R\}$$

$$|B| = 5$$

$$\begin{aligned} 2. \quad b) \quad & B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 4\} \\ & = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

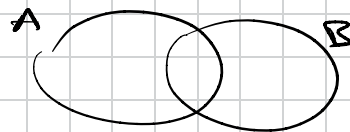
$$g) G = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10 \wedge x^2 < 12\}$$

↳ "und"

$$= \{1, 2, 3\}$$

$$= \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}$$

$$4. c) A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$



$$B = \mathbb{N} \text{ (ohne Null)}$$

$$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -3\}$$

$$A \cap B = \{1, 2\}$$

$$A \setminus B = \{-3, -2, -1, 0\}$$

$$B \setminus A = \{3, 4, 5, 6, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3\}$$

Zahlenmengen

$$1. a) \mathbb{N} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$$

$$b) \mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{R} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$$

$$\text{Bruch + kein Bruch}$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset \quad (\text{leer})$$

$$\sqrt{2} = 1,414213562\dots$$

7.

	$\sqrt{3}$ 1,73205	$2,3$	$\frac{1}{2}$
$\mathbb{N}$	x	x	x
$\mathbb{Z}$	x	x	x
$\mathbb{Q}$	x	✓	x
$\mathbb{R}$	✓	x	✓
$\mathbb{I}$	✓	✓	✓